

海洋柔性立管二维振动的输出反馈控制*

盘川¹, 侯畅¹, 邬依林²

(1. 东北林业大学信息与计算机工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150040;
2. 广东第二师范学院计算机科学系, 广东 广州 510310)

摘要: 考虑了海洋柔性立管在时变内流和海流作用下二维振动控制问题。柔性立管系统动力学行为由两个偏微分方程和六个常微分方程描述。为提高其振动控制效果并避免控制溢出, 直接基于其无限维分布参数模型, 利用 Lyapunov 直接法和高增益观测器技术研发了输出反馈边界控制来控制立管的二维振动。随后证明了海流扰动作用下控制系统的一致最终有界稳定性和闭环状态的一致有界性。最后, 仿真结果验证了文中所设计二维输出反馈边界控制算法的有效性。

关键词: 海洋立管; 二维振动; 边界控制; 输出反馈控制; Lyapunov 直接法

中图分类号: TP24 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2016) 04-0018-08

Output feedback control for two dimensional vibration of a flexible marine riser

PAN Chuan¹, HOU Chang¹, WU Yilin²

(1. Information and Computer Engineering Institute, Northeast Forestry University, Harbin 150040, China;
2. Department of Computer Science, Guangdong University of Education, Guangzhou 510310, China)

Abstract: The two dimensional vibration control problem of a flexible marine riser with internal fluid dynamics and the ocean current is considered. The dynamic behavior of the flexible riser is described by two partial differential equations and six ordinary differential equations. To improve the vibration control performance and avoid the control spillover, the Lyapunov's direct method and high-gain observer technique are adopted to develop two output feedback boundary controllers for vibration suppression of the riser system based on its original infinite-dimensional model. With the proposed control, uniform ultimate boundedness under ocean current disturbance and uniform boundedness of the closed-loop state are proved. The simulation results have verified the effectiveness of the designed boundary control scheme.

Key words: marine risers; two dimensional vibration; boundary control; output feedback control; Lyapunov's direct method

海洋立管在海底石油钻探和天然气开发工程中起到至关重要的作用, 因此其振动问题也受到越来越多的关注^[1-4]。随着资源开采进入深水域, 所面临的环境也更加严酷, 海洋柔性立管在管内流体和

海流等载荷作用下的振动也将更加剧烈。而过多的振动将使立管过早疲劳破坏, 这将产生昂贵的维修费用, 更为甚者, 将会带来严重的环境污染。因此, 为了保证海洋立管的生产效率, 亟需研发机电

* 收稿日期: 2016-04-13

基金项目: 广东省科技计划资助项目(2016A010106007); 广东第二师范学院教授博士科研专项经费资助项目(2014ARF25)

作者简介: 盘川(1995年生), 女; 研究方向: 分布参数系统; 通讯作者: 侯畅; E-mail: zzuhchang@163.com

控制系统以抑制立管的振动。

近年来，为避免基于模型近似或者离散化方法所产生的控制溢出问题^[5-8]，海内外很多学者研究了海洋柔性立管的边界控制^[1-4, 9-14]。然而，目前国外关于柔性立管的振动控制研究中，却都忽略了内流对立管动力学的影响^[9-14]。在国内，笔者前期研究成果设计了诸如 PD 边界控制、鲁棒边界控制、自适应边界控制、二维边界控制等^[1-4]，并取得了较好的控制效果，同时也验证了内流动力学的作用能减小立管系统的自然频率。然而，在文献 [1-4, 9-14] 中，作者都假定控制器中的系统状态均可直接由传感器测得或应用差分算法获得。而在实际中，来自传感器的噪声是不可避免的，尤其是那些在对时间微分过程中产生的系统状态，将影响文献 [1-4, 9-14] 中所设计控制器的执行。因此，为了解决这个问题，本文将使用高增益观测器来设计输出反馈边界控制来抑制立管的振动。

本文以耦合内流动力学的海洋柔性立管系统二维振动主动控制为研究对象，基于其原始无穷维分布参数模型，融合 Lyapunov 综合法和边界控制技术设计了二维输出反馈边界控制用于抑制立管的振动偏移量。此外，高增益观测器用于估计不可测系统状态量，解决了因差分算法来获得系统状态而带来的噪音放大问题，从而提高控制系统的性能。其后，对海流扰动作用下控制系统的一致最终有界稳定性和闭环状态的一致有界性进行了严格的数学证明。仿真结果进一步验证了本文所设计输出反馈边界控制器的有效性。

1 问题描述

注 1 本文作如下简写： $(\cdot)(t) = (\cdot)$ ， $(\cdot)(x, t) = (\cdot)$ ， $(\cdot)'(x, t) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x}$ ， $(\dot{\cdot})(x, t) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t}$ 。

1.1 立管动力学建模

一类典型海洋柔性立管系统如图 1 所示，其中 O 为坐标系原点， L 为立管长度， w （即 $w(x, t)$ ）和 v （即 $v(x, t)$ ）分别为立管的横向和纵向偏移量， U_w （即 $U_w(t)$ ）和 U_v （即 $U_v(t)$ ）分别为立管的横向和纵向控制器， f （即 $f(x, t)$ ）为时变海流。

本文所研究立管系统模型将引用研究成果文献 [1]，即由文献 [1] 中式 (9) - (11) 可得本

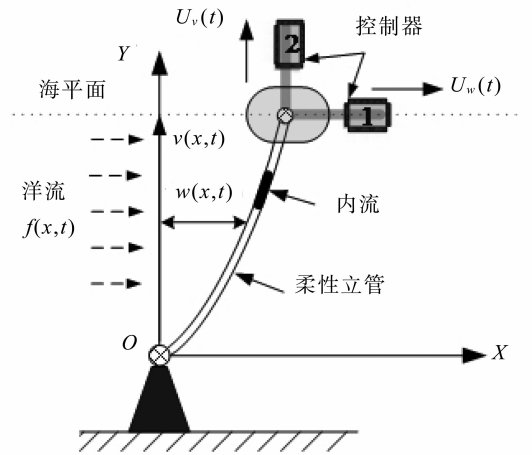


图 1 一个典型的海洋柔性立管系统
Fig. 1 A typical flexible marine riser system

文所研究的柔性立管系统动力学模型为

$$\begin{cases} (m_r + 2m_f)\ddot{w} + EIw'''' - Tw'' + c_1\dot{w} - f + \\ 2m_fV_iw' + 4m_fV_i\dot{w}' + 2m_fV_i^2w'' - EA v''w' - \\ \frac{3}{2}EAw''(w')^2 - EA v'w'' = 0, \\ (m_r + 2m_f)\ddot{v} - EA v'' - EA w''w' + c_2\dot{v} + \\ 2m_fV_iv' + 4m_fV_i\dot{v}' + 2m_fV_i^2v'' = 0, \\ w''(0, t) = w''(L, t) = w(0, t) = v(0, t) = 0, \\ 0 = U_w(t) - (T - m_fV_i^2)w'(L, t) - \\ EA w'(L, t)v'(L, t) - \frac{EA}{2}[w'(L, t)]^3 + \\ m_fV_i\dot{w}'(L, t) + EIw'''(L, t), \\ 0 = U_v(t) + m_fV_i^2v'(L, t) - EA v'(L, t) - \\ \frac{EA}{2}[w'(L, t)]^2 + m_fV_i\dot{v}'(L, t) \end{cases} \quad (1)$$

其中 m_r 和 m_f 分别为立管单位质量和内流单位质量， V_i 为时变内流速度， c_1 和 c_2 分别为结构横向和纵向阻尼系数， T 、 EI 和 EA 分别为立管张力、弯曲刚度和轴向刚度， $f(x, t)$ 为时变海流干扰载荷，表示为

$$f(x, t) = \frac{1}{2}\rho_s C_D V_s^2 D + A_D \cos(4\pi f_v t + \beta) \quad (2)$$

其中 ρ_s 为海水密度， D 为立管外径， β 为相位角， A_D 为阻力振荡部分幅值， C_D （即 $C_D(x, t)$ ）和 V_s （即 $V_s(x, t)$ ）分别为阻力系数和时变海流流速， $f_v = S_i V_s / D$ 为涡旋脱落频率， S_i 为斯特劳哈尔数。

假设 1 对于时变流速 $V_i(t)$ 、加速度 $\dot{V}_i(t)$ 和海流干扰 $f(x, t)$ ，若存在常数 $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3 \in \mathbf{R}^+$ ，

使得 $0 < V_i(t) \leq \kappa_1$, $|\dot{V}_i(t)| \leq \kappa_2$, $\forall t \in [0, +\infty)$, $|f(x, t)| \leq \kappa_3$, $\forall (x, t) \in (0, L) \times [0, +\infty)$ 。该假设是合理的, 因为 $V_i(t)$ 和 $f(x, t)$ 为有限能量的连续函数且是一致连续的, 因此它们是有界的^[1-4]。

1.2 预备知识

为方便随后章节的工作, 本小节将列出如下引理^[7-8]。

引理 1 设 $\varphi_1(x, t), \varphi_2(x, t) \in \mathbf{R}$, $\sigma > 0$ 其中 $x \in [0, L]$, $t \in [0, +\infty)$, 下列不等式成立

$$\begin{cases} \varphi_1 \varphi_2 \leq |\varphi_1 \varphi_2| \leq \varphi_1^2 + \varphi_2^2, \forall \varphi_1, \varphi_2 \in \mathbf{R}, \\ |\varphi_1 \varphi_2| = \left| \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma}} \varphi_1 \right) (\sqrt{\sigma} \varphi_2) \right| \leq \frac{1}{\sigma} \varphi_1^2 + \sigma \varphi_2^2 \end{cases} \quad (3)$$

引理 2 设 $\varphi(x, t) \in \mathbf{R}$ 为定义在 $x \in [0, L]$, $t \in [0, +\infty)$ 的函数, 且满足如下边界条件

$$\varphi(0, t) = 0, \forall t \in [0, +\infty) \quad (4)$$

则有如下不等式组成立

$$\begin{cases} \int_0^L \varphi^2 dx \leq L^2 \int_0^L (\varphi')^2 dx, \\ \varphi^2 \leq L \int_0^L (\varphi')^2 dx, \forall x \in [0, L] \end{cases} \quad (5)$$

2 控制设计

控制目标是抑制柔性立管在内外流作用下的二维振动。在本节中, 我们采用 Lyapunov 直接法、边界控制技术和高增益观测器在立管上边界构造两个输出反馈边界控制器, 并证明闭环系统的一致有界稳定性。

从文献 [1] 中式 (34) 可得, 所提出边界控制含有 $w(L, t)$ 、 $w'(L, t)$ 、 $\dot{w}(L, t)$ 、 $v(L, t)$ 、 $v'(L, t)$ 和 $\dot{v}(L, t)$ 信号, 它们均由传感器直接测得或向后差分算法计算得到^[2]。然而在实际中, 向后差分获取信号时可能放大测量噪声, 这将会影响文献 [1] 中控制器的应用。因此, 本节将运用高增益状态观测器来估计不可准确测量系统状态 $\dot{w}(L, t)$ 和 $\dot{v}(L, t)$ 。

引理 3 假设一个系统的输出 $y(t)$ 和它的 n 阶微分都是有界的并满足 $|y^{(k)}| < Y_k (Y_k > 0)$, 我们考虑如下线性系统^[15]

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{\pi}_i = \pi_{i+1}, i = 1, \dots, n-1, \\ \varepsilon \dot{\pi}_n = -\bar{\lambda}_1 \pi_n - \bar{\lambda}_2 \pi_{n-1} - \dots - \bar{\lambda}_{n-1} \pi_2 - \pi_1 + x_1(t) \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\varepsilon > 0$, 且参数 $\bar{\lambda}_1 \sim \bar{\lambda}_{n-1}$ 的选取满足多项式 $s^n + \bar{\lambda}_1 s^{n-1} + \dots + \bar{\lambda}_{n-1} s + 1$ 是 Hurwitz 的。那么, 有

下面的性质成立

$$\begin{aligned} \xi_k &= \frac{\pi_k}{\varepsilon^{k-1}} - x_1^{(k-1)} = -\varepsilon \psi^{(k)}, \\ k &= 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\psi = \pi_n + \bar{\lambda}_1 \pi_{n-1} + \dots + \bar{\lambda}_{n-1} \pi_1$, $\psi^{(k)}$ 表示 ψ 的 k 阶微分。另外, 存在常数 t^* 和 h_k 满足对于 $\forall t > t^*$, 都有 $\|\xi_k\| \leq \varepsilon h_k, k = 1, 2, 3, \dots, n$, 其中 $\|\cdot\|$ 表示标准的 Euclidean 范数。

由引理 3 可得, π_{k+1}/ε^k 收敛于 $x_1^{(k)}$, 即当 x_1 和 $x_1^{(k)}$ 有界时, 由于高增益 $1/\varepsilon$ 使得 $\xi^{(k)}$ 收敛于零。因此, 选取 π_{k+1}/ε^k 作为观测器用来估计输出信号高达 n 阶微分。

定义 $x_1(t) = w(L, t)$ 和 $x_2(t) = \dot{w}(L, t)$, 立管系统观测器阶数 $n=2$ 并设计不能测量状态 $x_2(t)$ 的估计为

$$\hat{x}_2(t) = \frac{\pi_2}{\varepsilon} \quad (8)$$

其中定义 π_2 动力学和 $x_2(t)$ 的误差为

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{\pi}_1 = \pi_2, \\ \varepsilon \dot{\pi}_2 = -\bar{\lambda}_1 \pi_2 - \pi_1 + x_1(t), \\ \tilde{x}_2(t) = \hat{x}_2(t) - x_2(t) \end{cases} \quad (9)$$

应用同样方法, 定义 $y_1(t) = v(L, t)$ 和 $y_2(t) = \dot{v}(L, t)$ 并设计不能测量状态 $y_2(t)$ 的估计为

$$\hat{y}_2(t) = \frac{\pi_{02}}{\varepsilon_0} \quad (10)$$

其中我们定义 π_{02} 动力学和 $y_2(t)$ 的误差为

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{\pi}_{01} = \pi_{02}, \\ \varepsilon \dot{\pi}_{02} = -\bar{\lambda}_{01} \pi_{02} - \pi_{01} + y_1(t), \\ \tilde{y}_2(t) = \hat{y}_2(t) - y_2(t) \end{cases} \quad (11)$$

所研究立管系统模型如式 (1) 描述, 为使该系统稳定, 本文提出以下控制律

$$\begin{cases} U_w(t) = -k_1 \hat{x}_2(t) - k_3 w'(L, t) - k_5 x_1(t) \\ U_v(t) = -k_2 \hat{y}_2(t) - k_4 v'(L, t) - k_6 y_1(t) \end{cases} \quad (12)$$

其中 $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6 > 0$ 为控制增益。

注 2 边界控制中的信号 $x_1(t) = w(L, t)$, $y_1(t) = v(L, t)$ 可由立管顶端的激光位移传感器测得, $w'(L, t)$ 和 $v'(L, t)$ 可由倾角计测得。此控制器设计独立于系统参数, 因此对系统参数的变化具有稳定鲁棒性。

若给定 Lyapunov 函数为

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) \quad (13)$$

其中

$$\left\{ \begin{aligned}
 V_1(t) &= \frac{\zeta}{2} m_r \int_0^L (\dot{w}^2 + \dot{v}^2) dx + \frac{\zeta}{2} T \int_0^L (w')^2 dx + \left(\frac{m_r}{2} + m_f \right) \int_0^L (\lambda_1 \dot{w}^2 + \lambda_2 \dot{v}^2) dx + \\
 &\quad \zeta m_f \int_0^L [(\dot{w} + V_i w')^2 + (\dot{v} + V_i v')^2] dx + \frac{\zeta \kappa_1 m_r}{2} \int_0^L [(w')^2 + \dot{w}^2 + (v')^2 + \dot{v}^2] dx \leq \alpha \theta(t) \\
 &\quad \frac{\zeta}{2} EA \int_0^L [v' + \frac{1}{2}(w')^2]^2 dx + \frac{\zeta}{2} EI \int_0^L (w'')^2 dx, \\
 V_2(t) &= \lambda_1 (m_r + 2m_f) \int_0^L w \dot{w} dx + \\
 &\quad \lambda_2 (m_r + 2m_f) \int_0^L v \dot{v} dx + \\
 &\quad \zeta m_r \int_0^L V_i (v' \dot{v} + w' \dot{w}) dx, \\
 V_3(t) &= \frac{1}{2} (\zeta k_5 + \lambda_1 k_1 + 3\lambda_1 m_f V_i) x_1^2(t) + \\
 &\quad \frac{1}{2} (\zeta k_6 + \lambda_2 k_2 + 3\lambda_2 m_f V_i) y_1^2(t)
 \end{aligned} \right. \quad (14)$$

其中

$$\alpha = \max \left\{ \left[\lambda_1 \left(\frac{m_r}{2} + m_f \right) L^2 + \frac{\zeta \kappa_1 m_r}{2} \right], \right. \\
 \left. \left[\lambda_1 \left(\frac{m_r}{2} + m_f \right) + \frac{\zeta \kappa_1 m_r}{2} \right], \right. \\
 \left. \left[\lambda_2 \left(\frac{m_r}{2} + m_f \right) L^2 + \frac{\zeta \kappa_1 m_r}{2} \right], \right. \\
 \left. \left[\lambda_2 \left(\frac{m_r}{2} + m_f \right) + \frac{\zeta \kappa_1 m_r}{2} \right] \right\}$$

不等式 (19) 可写为

$$-\alpha \theta(t) \leq V_2(t) \leq \alpha \theta(t) \quad (20)$$

结合式 (18) 和式 (20), 有

$$(\mu_1 - \alpha) \theta(t) \leq V_1(t) + V_2(t) \leq (\mu_2 + \alpha) \theta(t) \quad (21)$$

选取适当的 $\zeta, \mu, \lambda_1, \lambda_2$, 可以得到

$$\alpha_1 = \mu_1 - \alpha > 0, \quad \alpha_2 = \mu_2 + \alpha > 0 \quad (22)$$

将式 (22) 代入式 (21) 可得

$$\alpha_1 \theta(t) \leq V_1(t) + V_2(t) \leq \alpha_2 \theta(t) \quad (23)$$

不等式 (23) 两边加上 $V_3(t)$, 有

$$0 \leq \vartheta_1 [\theta(t) + V_3(t)] \leq V(t) \leq \vartheta_2 [\theta(t) + V_3(t)] \quad (24)$$

其中 $\vartheta_1 = \min(\alpha_1, 1)$ 和 $\vartheta_2 = \max(\alpha_2, 1)$ 是正常数。证毕。

引理 5 由式 (13) 给定的 Lyapunov 函数对时间的导数具有如下上下界

$$\dot{V}(t) \leq -\vartheta V(t) + \omega \quad (25)$$

其中 $\vartheta > 0, \omega > 0$ 。

证明 将式 (13) 对时间求导, 有

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) \quad (26)$$

对 $V_1(t)$ 求导, 将式 (1) 代入, 应用分部积分并结合式 (3), 可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1(t) &\leq \zeta x_2(t) U_w(t) + 3\zeta m_f V_i^2 w'(L, t) x_2(t) + \\
 &\quad \zeta y_2(t) U_v(t) + 3\zeta m_f V_i^2 v'(L, t) y_2(t) - \\
 &\quad \zeta (c_1 - \delta_1) \int_0^L \dot{w}^2 dx - \zeta c_2 \int_0^L \dot{v}^2 dx - \\
 &\quad 2\zeta m_f V_i \int_0^L [2V_i \dot{w} w'' - \dot{w} w' - \dot{V}_i (w')^2] dx - \\
 &\quad 2\zeta m_f V_i \int_0^L [2V_i \dot{v} v'' - \dot{v} v' - \dot{V}_i (v')^2] dx + \\
 &\quad \frac{\zeta}{\delta_1} \int_0^L f^2 dx
 \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $\zeta, \lambda_1, \lambda_2$ 是正的权重常数。

引理 4 由式 (13) 给定的 Lyapunov 函数具有如下上下界

$$0 \leq \vartheta_1 [\theta(t) + V_3(t)] \leq V(t) \leq \vartheta_2 [\theta(t) + V_3(t)] \quad (15)$$

其中 ϑ_1 和 ϑ_2 是两个正常数, $\theta(t)$ 为

$$\theta(t) = \int_0^L [(w')^2 + (v')^2 + \dot{w}^2 + \dot{v}^2 + (w')^4 + (\dot{w} + V_i w')^2 + (\dot{v} + V_i v')^2 + (w'')^2] dx \quad (16)$$

证明 应用不等式 (3) 和文献 [16] 中不等式 $2[v'(x, t)]^2 \leq [w'(x, t)]^2$ 可得

$$-\frac{1}{2\mu} \int_0^L (w')^2 dx - \mu \int_0^L (w')^4 dx \leq \int_0^L v' (w')^2 dx \leq \frac{1}{\mu} \int_0^L (v')^2 dx + \mu \int_0^L (w')^4 dx \quad (17)$$

其中 μ 为正常数。

结合式 (14) 第一项和式 (17) 有

$$\mu_1 \theta(t) \leq V_1(t) \leq \mu_2 \theta(t) \quad (18)$$

其中

$$\mu_1 = \frac{\zeta}{2} \min \left[m_r, 2m_f, EI, EA, \left(T - \frac{EA}{2\mu} \right), EA \left(\frac{1}{4} - \mu \right) \right] > 0,$$

$$\begin{aligned}
 \mu_2 &= \frac{\zeta}{2} \max \left[m_r, 2m_f, EI, EA \left(1 + \frac{1}{\mu} \right), T, EA \left(\frac{1}{4} + \mu \right) \right] > 0, \\
 T - \frac{EA}{2\mu} &> 0, \frac{1}{4} - \mu > 0
 \end{aligned}$$

对 $V_2(t)$ 应用不等式 (3) 可得

$$|V_2(t)| \leq \left(\frac{m_r}{2} + m_f \right) L^2 \int_0^L [\lambda_1 (w')^2 + \lambda_2 (v')^2] dx +$$

其中 δ_1 为任意正常数。

对 $V_2(t)$ 求导, 将式 (1) 代入, 应用分部积分并结合不等式 (3) - (5), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \leq & \zeta V_i w'(L, t) + \lambda_1 x_1(t) U_w(t) + \\ & \zeta V_i v'(L, t) + \lambda_2 y_1(t) U_v(t) - \\ & 3\zeta m_f V_i^2 w'(L, t) x_2(t) - \frac{\zeta TV_i}{2} [w'(L, t)]^2 + \\ & \frac{\zeta m_r V_i}{2} x_2^2(t) - \frac{\zeta EAV_i}{8} [w'(L, t)]^4 - \\ & \frac{\zeta EAV_i}{2} v'(L, t) [w'(L, t)]^2 - \\ & \frac{\zeta EAV_i}{2} [v'(L, t)]^2 + \frac{\zeta m_r V_i}{2} y_2^2(t) - \\ & \lambda_1 m_f V_i^2 x_1(t) w'(L, t) - 3\lambda_2 m_f V_i y_1(t) y_2(t) - \\ & 3\lambda_1 m_f V_i x_1(t) x_2(t) - 3\zeta m_f V_i^2 v'(L, t) y_2(t) - \\ & \lambda_2 m_f V_i y_1^2(t) - \lambda_2 m_f V_i^2 y_1(t) v'(L, t) - \\ & \lambda_1 m_f V_i x_1^2(t) + (\zeta V_i \delta_2 - \lambda_1 T + \lambda_1 \delta_3 L^2 + \\ & \lambda_1 c_1 \delta_4 L^2 + 3\lambda_1 m_f V_i^2) \int_0^L (w')^2 dx + \\ & 2\zeta m_f V_i \int_0^L [2V_i w'' \dot{w} - w' \ddot{w} - V_i (w')^2] dx - \lambda_2 m_f \cdot \\ & \int_0^L (\dot{v} + V_i v')^2 dx + (6\lambda_2 m_f V_i - \zeta c_2 V_i + \zeta m_r V_i) \cdot \\ & \int_0^L v' \dot{v} dx - (\lambda_1 + 0.5\lambda_2) EA \int_0^L v' (w')^2 dx + \\ & (\lambda_2 m_r + 3\lambda_2 m_f + c_2 \lambda_2 \delta_5) \int_0^L v^2 dx + \\ & 2\zeta m_f V_i \int_0^L [2V_i v'' - \ddot{v} v' - V_i (v')^2] dx + \\ & (6\lambda_1 m_f V_i + \zeta m_r V_i - \zeta c_1 V_i) \int_0^L w' \dot{w} dx - \\ & \lambda_1 m_f \int_0^L (\dot{w} + V_i w')^2 dx - \frac{\lambda_1 EA}{2} \int_0^L (w')^4 dx + \\ & \left(\frac{\lambda_1}{\delta_3} + \frac{\zeta V_i}{\delta_2} \right) \int_0^L f^2 dx - \lambda_1 EI \int_0^L (w'')^2 dx + \\ & \left(3\lambda_2 m_f V_i^2 - \lambda_2 EA + \frac{c_2 \lambda_2 L^2}{\delta_5} \right) \cdot \int_0^L (v')^2 dx + \\ & \left(\lambda_1 m_r + 3\lambda_1 m_f + \frac{\lambda_1 c_1}{\delta_4} \right) \int_0^L \dot{w}^2 dx \quad (28) \end{aligned}$$

其中 $\delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5$ 为任意正常数。

对 $V_3(t)$ 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) = & 1.5m_f V_i [\lambda_1 x_1^2(t) + \lambda_2 y_1^2(t)] + \\ & (\zeta k_5 + \lambda_1 k_1 + 3\lambda_1 m_f V_i) x_1(t) x_2(t) + \\ & (\zeta k_6 + \lambda_2 k_2 + 3\lambda_2 m_f V_i) y_1(t) y_2(t) \quad (29) \end{aligned}$$

将式(27) - (29) 代入式(26)并结合不等式(3) - (5)可得

$$\dot{V}(t) \leq - \left(\frac{\zeta TV_i}{2} + k_3 V_i \zeta - \frac{|\lambda_1 m_f V_i^2 + k_3 \zeta V_i + \lambda_1 k_3|}{\delta_6} - \right.$$

$$\begin{aligned} & \left. \frac{|k_3 \zeta + k_1 \zeta V_i|}{\delta_7} - \frac{k_1 \zeta V_i}{\delta_8} \right) [w'(L, t)]^2 - \\ & \left(\zeta k_1 - \frac{\zeta m_r V_i}{2} - |k_3 \zeta + k_1 \zeta V_i| \delta_7 - \zeta k_1 \delta_9 \right) x_2^2(t) + \\ & \left(\frac{\zeta k_1}{\delta_9} + k_1 \zeta V_i \delta_8 + \frac{k_1 \lambda_1}{\delta_{10}} \right) \tilde{x}_2^2(t) - (k_5 \lambda_1 - 0.5 \lambda_1 m_f V_i - \\ & |\lambda_1 m_f V_i^2 + k_3 \zeta V_i + \lambda_1 k_3| \delta_6 - k_1 \lambda_1 \delta_{10}) x_1^2(t) - \\ & \left(k_4 V_i \zeta + \frac{\zeta EAV_i}{2} - \frac{|\lambda_2 m_f V_i^2 + k_6 \zeta V_i + \lambda_2 k_4|}{\delta_{12}} - \right. \\ & \left. \frac{\zeta EAV_i}{2\delta_{11}} - \frac{|k_4 \zeta + k_2 \zeta V_i|}{\delta_{13}} - \frac{k_2 \zeta V_i}{\delta_{14}} \right) [v'(L, t)]^2 - \\ & \left(\zeta k_2 - \frac{\zeta m_r V_i}{2} - |k_4 \zeta + k_2 \zeta V_i| \delta_{13} - \zeta k_2 \delta_{15} \right) y_2^2(t) - \\ & \left(\frac{1}{8} - \frac{\delta_{11}}{2} \right) \zeta EAV_i [w'(L, t)]^4 + \\ & \left(k_2 \zeta V_i \delta_{14} + \frac{\zeta k_2}{\delta_{15}} + \frac{k_2 \lambda_2}{\delta_{16}} \right) \tilde{y}_2^2(t) - \\ & \left(k_6 \lambda_2 - 0.5 \lambda_2 m_f V_i - |\lambda_2 m_f V_i^2 + k_6 \zeta V_i + \right. \\ & \left. \lambda_2 k_4| \delta_{12} - k_2 \lambda_2 \delta_{16} \right) y_1^2(t) - \\ & \left(\lambda_1 T - \zeta V_i \delta_2 - \lambda_1 c_1 \delta_4 L^2 - 3\lambda_1 m_f V_i^2 - \lambda_1 \delta_3 L^2 - \right. \\ & \left. \frac{|6\lambda_1 m_f V_i - c_1 \zeta V_i + \zeta m_r V_i|}{\delta_{17}} \right) \int_0^L (w')^2 dx - \\ & \lambda_1 EI \int_0^L (w'')^2 dx - \lambda_1 m_f \int_0^L (\dot{w} + V_i w')^2 dx - \\ & \lambda_2 m_f \int_0^L (\dot{v} + V_i v')^2 dx - \left(\zeta c_1 - \lambda_1 m_r - 3\lambda_1 m_f - \right. \\ & \left. \frac{\lambda_1 c_1}{\delta_4} - \zeta \delta_1 - |6\lambda_1 m_f V_i - c_1 \zeta V_i + \zeta m_r V_i| \delta_{17} \right) \cdot \\ & \int_0^L \dot{w}^2 dx - \frac{\lambda_1 EA}{2} \int_0^L (w')^4 dx + \left(\frac{\zeta}{\delta_1} + \frac{\zeta V_i}{\delta_2} + \frac{\lambda_1}{\delta_3} \right) \cdot \\ & \int_0^L f^2 dx - (\lambda_1 + 0.5\lambda_2) EA \int_0^L v' (w')^2 dx - \\ & \left(\lambda_2 EA - 3\lambda_2 m_f V_i^2 - \frac{c_2 \lambda_2 L^2}{\delta_5} - \right. \\ & \left. \frac{|6\lambda_2 m_f V_i - c_2 \zeta V_i + \zeta m_r V_i|}{\delta_{18}} \right) \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_0^L (v')^2 dx - (\zeta c_2 - \lambda_2 m_r - 3\lambda_2 m_f - c_2 \lambda_2 \delta_5 - \\ & |6\lambda_2 m_f V_i - c_2 \zeta V_i + \zeta m_r V_i| \delta_{18}) \int_0^L v^2 dx \leq \\ & - \vartheta_3 [\theta(t) + V_3(t)] + \omega \quad (30) \end{aligned}$$

其中 $\delta_6 \sim \delta_{18}$ 为任意正常数。选择适当参数值 $\zeta, \lambda_1, \lambda_2, k_1 \sim k_6, \delta_1 \sim \delta_{18}$ 满足如下条件:

$$\frac{\zeta TV_i}{2} + k_3 V_i \zeta - \frac{|\lambda_1 m_f V_i^2 + k_3 \zeta V_i + \lambda_1 k_3|}{\delta_6} -$$

$$\frac{|k_3\zeta + k_1\zeta V_i|}{\delta_7} - \frac{k_1\zeta V_i}{\delta_8} > 0,$$

$$\left(\frac{1}{8} - \frac{\delta_{11}}{2}\right)\zeta EAV_i > 0,$$

$$\zeta k_1 - \frac{\zeta m_r V_i}{2} - |k_3\zeta + k_1\zeta V_i|\delta_7 - \zeta k_1\delta_9 > 0,$$

$$\zeta k_2 - \frac{\zeta m_r V_i}{2} - |k_4\zeta + k_2\zeta V_i|\delta_{13} - \zeta k_2\delta_{15} > 0,$$

$$\frac{\zeta EAV_i}{2} + k_4 V_i \zeta - \frac{|\lambda_2 m_f V_i^2 + k_6 \zeta V_i + \lambda_2 k_4|}{\delta_{12}} -$$

$$\frac{\zeta EAV_i}{2\delta_{11}} - \frac{|k_4\zeta + k_2\zeta V_i|}{\delta_{13}} - \frac{k_2\zeta V_i}{\delta_{14}} > 0,$$

$$(\lambda_1 + 0.5\lambda_2)EA > 0,$$

$$\sigma_1 = \lambda_2 EA - 3\lambda_2 m_f V_i^2 - \frac{c_2 \lambda_2 L^2}{\delta_5} -$$

$$\frac{|6\lambda_2 m_f V_i - c_2 \zeta V_i + \zeta m_r V_i|}{\delta_{18}} > 0,$$

$$\sigma_2 = \lambda_1 T - \zeta V_i \delta_2 - \lambda_1 c_1 \delta_4 L^2 - 3\lambda_1 m_f V_i^2 -$$

$$\lambda_1 \delta_3 L^2 - \frac{|6\lambda_1 m_f V_i - c_1 \zeta V_i + \zeta m_r V_i|}{\delta_{17}} > 0,$$

$$\sigma_3 = \zeta c_1 - \lambda_1 m_r - 3\lambda_1 m_f - \frac{\lambda_1 c_1}{\delta_4} - \zeta \delta_1 -$$

$$|6\lambda_1 m_f V_i - c_1 \zeta V_i + \zeta m_r V_i| \delta_{17} > 0,$$

$$\sigma_4 = \zeta c_2 - \lambda_2 m_r - 3\lambda_2 m_f - c_2 \lambda_2 \delta_5 -$$

$$|6\lambda_2 m_f V_i - c_2 \zeta V_i + \zeta m_r V_i| \delta_{18} > 0,$$

$$\sigma_5 = \frac{\lambda_1 EA}{2} > 0, \sigma_6 = \lambda_1 m_f > 0,$$

$$\sigma_7 = \lambda_2 m_f > 0, \sigma_8 = \lambda_1 EI > 0,$$

$$\sigma_9 = k_5 \lambda_1 - 0.5 \lambda_1 m_f V_i -$$

$$| \lambda_1 m_f V_i^2 + k_5 \zeta V_i + \lambda_1 k_3 | \delta_6 - k_1 \lambda_1 \delta_{10} > 0,$$

$$\sigma_{10} = k_6 \lambda_2 - 0.5 \lambda_2 m_f V_i -$$

$$| \lambda_2 m_f V_i^2 + k_6 \zeta V_i + \lambda_2 k_4 | \delta_{12} - k_2 \lambda_2 \delta_{16} > 0,$$

$$\vartheta_3 = \min\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8,$$

$$\frac{2\sigma_9}{\zeta k_5 + \lambda_1 k_1 + 3\lambda_1 m_f V_i}, \zeta k_6 + \lambda_2 k_2 + 3\lambda_2 m_f V_i\},$$

$$\omega = \left(\frac{\zeta k_1}{\delta_9} + k_1 \zeta V_i \delta_8 + \frac{k_1 \lambda_1}{\delta_{10}}\right) \varepsilon^2 h_2^2 +$$

$$\left(k_2 \zeta V_i \delta_{14} + \frac{\zeta k_2}{\delta_{15}} + \frac{k_2 \lambda_2}{\delta_{16}}\right) \varepsilon_0^2 h_{02}^2 +$$

$$\left(\frac{\zeta}{\delta_1} + \frac{\zeta V_i}{\delta_2} + \frac{\lambda_1}{\delta_3}\right) L K_3^2$$

由不等式 (24) 和 (30), 得出

$$\dot{V}(t) \leq -\vartheta V(t) + \omega \quad (31)$$

其中 $\vartheta = \frac{\vartheta_3}{\vartheta_2}, 0 < \omega < \infty$ 。证毕。

3 稳定性分析

定理 1 对由式 (1) 描述的动态系统在边界控制器 (12) 的作用下, 系统具有如下的稳定性

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |w(x, t)| \leq \sqrt{\frac{2L\mu_2\omega}{\zeta T \vartheta_1 \vartheta}},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |v(x, t)| \leq \sqrt{\frac{L\mu_2\omega}{\zeta T \vartheta_1 \vartheta}}, \forall t \in [0, \infty) \quad (32)$$

证明 将式 (25) 乘以 $e^{\vartheta t}$, 有

$$\dot{V}(t)e^{\vartheta t} \leq -\vartheta V(t)e^{\vartheta t} + \omega e^{\vartheta t} \Rightarrow \frac{d}{dt}[V(t)e^{\vartheta t}] \leq \omega e^{\vartheta t} \quad (33)$$

对上述不等式积分得

$$V(t) \leq [V(0) - \frac{\omega}{\vartheta}]e^{-\vartheta t} + \frac{\omega}{\vartheta} \leq$$

$$V(0)e^{-\vartheta t} + \frac{\omega}{\vartheta} < \infty \quad (34)$$

其中上式表明 $V(t)$ 是有界的。

类似的, 利用不等式 (5) 和不等式 $2[v'(x, t)]^2 \leq [w'(x, t)]^2$ 并结合 (15) 和 (18), 可得

$$\begin{cases} \frac{\zeta T}{2L} w^2(x, t) \leq \frac{\zeta T}{2} \int_0^L (w')^2 dx \leq V_1(t) \leq \frac{\mu_2}{\vartheta_1} V(t) < \infty, \\ \frac{\zeta T}{L} v^2(x, t) \leq \zeta T \int_0^L (v')^2 dx \leq \frac{\zeta T}{2} \int_0^L (w')^2 dx \leq \\ V_1(t) \leq \frac{\mu_2}{\vartheta_1} V(t) < \infty \end{cases} \quad (35)$$

重排上述两不等式有

$$|w(x, t)| \leq \sqrt{\frac{2L\mu_2}{\zeta T \vartheta_1} \left[V(0)e^{-\vartheta t} + \frac{\omega}{\vartheta} \right]},$$

$$|v(x, t)| \leq \sqrt{\frac{L\mu_2}{\zeta T \vartheta_1} \left[V(0)e^{-\vartheta t} + \frac{\omega}{\vartheta} \right]} \quad (36)$$

$\forall (x, t) \in [0, L] \times [0, \infty)$ 。

从上式我们进一步可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |w(x, t)| \leq \sqrt{\frac{2L\mu_2\omega}{\zeta T \vartheta_1 \vartheta}},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |v(x, t)| \leq \sqrt{\frac{L\mu_2\omega}{\zeta T \vartheta_1 \vartheta}} \quad (37)$$

$\forall x \in [0, L]$, 证毕。

4 数值仿真

本节将采用有限差分法来数值仿真研究在内流和海流同时扰动作用下柔性立管的动力学响应, 并对所设计控制器 (12) 的有效性进行验证。柔性立管的系统参数为: $L = 1\ 000\ \text{m}$, $EI = 1.5 \times 10^7$

Nm^2 , $EA = 4 \times 10^9 \text{ Ns/m}$, $T = 8.11 \times 10^7 \text{ N}$, $m_r = 350 \text{ kg/m}$, $m_t = 100 \text{ kg/m}$, $c_1 = c_2 = 5 \text{ Ns/m}^2$ 。

海洋流速度与深度关系可表示为^[2]

$$V_s(x, t) = V_0(t) e^{-\frac{Ax}{v_0(t)}} \quad (38)$$

其中 $V_0(t)$ 为洋流表面流速表示为

$$V_0(t) = \bar{V}_0 + V_0' \sum_{i=1}^N \sin(w_i t), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (39)$$

其中 $w_i = (w_1, w_2, w_3, w_4) = (0.867, 1.827, 2.964, 4.282)$, $\bar{V}_0 = 2 \text{ m/s}$ 为海面洋流平均流速, $V_0' = 0.2$ 为海面洋流速度波动振幅。内流流速 $V_i(t)$ 为

$$V_i(t) = 0.5 + 0.2 \cos(0.867t) \quad (40)$$

当选择输出反馈控制器参数 $k_1 = k_2 = 10^7$, $k_3 = k_4 = 10^5$, $k_5 = k_6 = 10^3$, 高增益观测器参数为 $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8$, $\bar{\lambda}_1 = \bar{\lambda}_{01} = 0.003$, 仿真结果如图 2 - 图 6 所示。

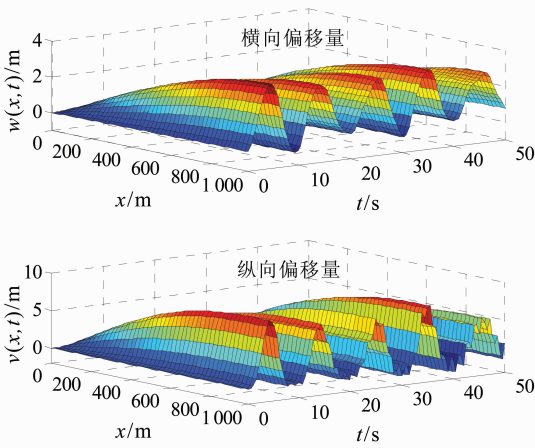


图 2 无控制时的立管偏移量图

Fig. 2 Displacement of the riser without control

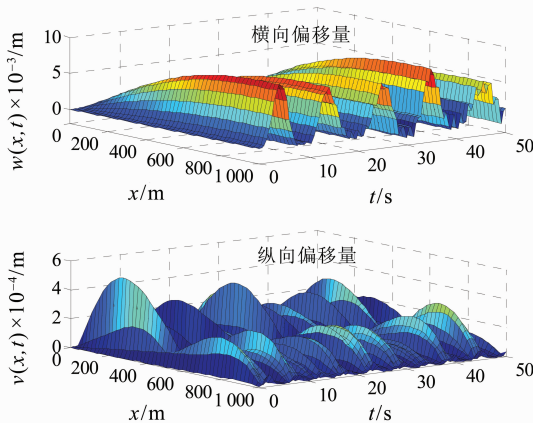


图 3 控制作用下的立管偏移量

Fig. 3 Displacement of the riser with control

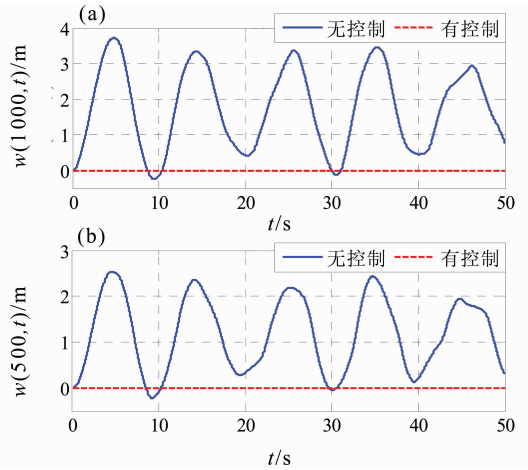


图 4 立管横向偏移量:

(a) $x = 1000 \text{ m}$, (b) $x = 500 \text{ m}$

Fig. 4 Transverse Displacements of the riser

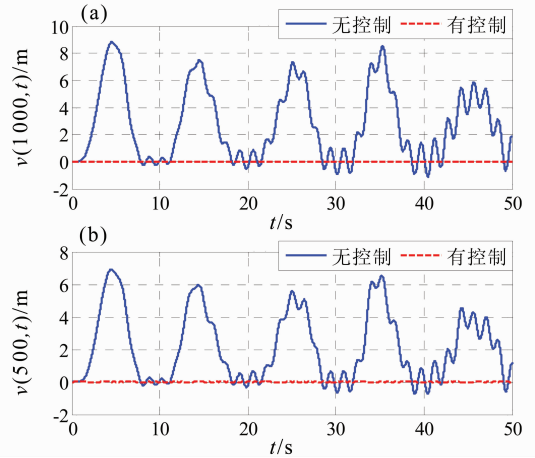


图 5 立管纵向偏移量:

(a) $x = 1000 \text{ m}$, (b) $x = 500 \text{ m}$

Fig. 5 Longitudinal displacements of the riser

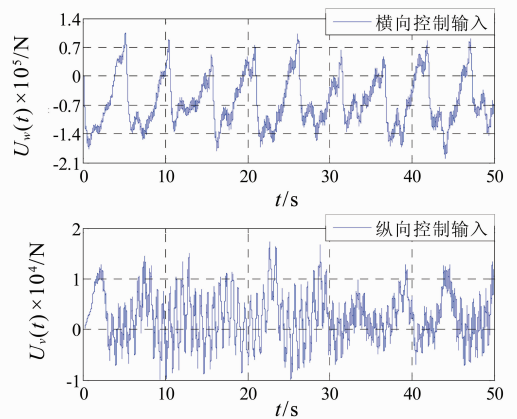


图 6 输出反馈控制输入

Fig. 6 Output feedback control inputs

图2和图3分别给出了立管在无/有控制作用下三维横、纵向偏移图,图4和图5则分别给出了立管在 $x=1000\text{ m}$ 和 $x=500\text{ m}$ 处无/有控制作用下二维横、纵向振动偏移图。图6给出了二维输出反馈边界控制输入。

由仿真结果图2-图6可得出如下结论:

1) 当所提出的输出反馈控制(12)作用于立管系统时,立管的横向振动偏移量和纵向偏移量都数千倍的减小,验证了本文所设计控制器的有效性。

2) 在立管的中部($x=500\text{ m}$),虽然未布置有控制器,但其振动偏移量在控制作用下也有非常显著的减小,体现了边界控制在柔性结构振动抑制中的优势。

3) 对比本文图3和文献[1]中的图2(b)和图3(b),可知在控制作用下,本文中立管横、纵向振动偏移量都远远小于文献[1]中控制后立管的横、纵向振动偏移量。因此,本文所提出的输出反馈控制在系统状态获取不精确条件下能更好地抑制立管的二维振动偏移量。

5 结论

本文研究了海洋柔性立管在时变内流和海流耦合作用下二维振动控制问题。基于其偏微分-常微分方程描述的无穷维模型,采用Lyapunov直接法和高增益观测器技术相结合的综合法,设计了输出反馈边界控制来对立管的二维振动进行控制。其后运用Lyapunov稳定性理论对控制系统的一致最终有界稳定性进行了严格地证明。本文的控制设计及稳定性分析没有任何离散化或者简化系统偏微分方程动力学,因此控制溢出问题将不会产生。最后采用有限差分法来模拟系统的数值解,由仿真结果可知文中所设计二维输出反馈边界控制器的可行性和有效性。

参考文献:

- [1] 吴忻生,李林野,刘屿,等.海洋输油立管的建模及边界控制[J].华南理工大学学报(自然科学版),2012,40(8):32-38.
- [2] 高红霞,赵志甲,吴忻生,等.基于内流动力学的海洋输油柔性立管鲁棒边界控制[J].控制理论与应用,2012,29(6):785-791.
- [3] 邬依林,刘屿,吴忻生.基于时变内流的柔性立管自

适应边界控制[J].控制理论与应用,2013,5(30):618-624.

- [4] LIU Y, HUANG H W, GAO H X, et al. Modeling and boundary control of a flexible marine riser coupled with internal fluid dynamics [J]. Journal of Control Theory and Applications, 2013, 11(2): 316-323.
- [5] WU H, WANG J, LI H. Design of distributed H_∞ fuzzy controllers with constraint for nonlinear hyperbolic PDE systems [J]. Automatica, 2012, 48(10): 2535-2543.
- [6] GUO B. Riesz basis property and exponential stability of controlled Euler-Bernoulli beam equations with variable coefficients [J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2002, 40(6): 1905-1923.
- [7] 翁轩,杨龙刚,刘屿,等.具有边界扰动柔性机械臂的鲁棒自适应边界控制[J].中山大学学报(自然科学版),2015,54(3):44-50.
- [8] 邬依林,刘屿.分布参数柔性梁的建模与振动边界控制[J].中山大学学报(自然科学版),2013,52(3):55-62.
- [9] DO K D, PAN J. Boundary control of three-dimensional inextensible marine risers [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 327(3/4/5): 299-321.
- [10] HOWB V E, GE S S, CHOO Y S. Active control of flexible marine risers [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 320(4-5): 758-776.
- [11] HE W, GE S S, HOW B V, et al. Robust adaptive boundary control of a flexible marine riser with vessel dynamics [J]. Automatica, 2011, 47(4): 722-732.
- [12] NGUYEN T L, DO K D, PAN J. Boundary control of two-dimensional marine risers with bending couplings [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(16): 3605-3622.
- [13] DO K D, PAN J. Boundary control of transverse motion of marine risers with actuator dynamics [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 318(4/5): 768-791.
- [14] GE S S, HE W, HOW B V, et al. Boundary control of a coupled nonlinear flexible marine riser [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010, 18(5): 1080-1091.
- [15] BEHTASH S. Robust output tracking for nonlinear system [J]. International Journal of Control, 1990, 51: 1381-1407.
- [16] HE W, ZHANG S, GE S S. Adaptive boundary control of a nonlinear flexible string system [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22(3): 1088-1093.